

# TASCA D'ESTIU DE 4t ESO opció B

## **Ejercicios Logaritmos**

1) Calcula los siguientes logaritmos; (recuerda que puedes utilizar cualquiera de los dos métodos, si con uno no eres capaz, prueba con el otro):

1)  $\log_6 36$

2)  $\log_9 3$

3)  $\log_4 8$

4)  $\log_4 8$

5)  $\log_2 \frac{4}{\sqrt[5]{2}}$

6)  $\log_8 \sqrt[4]{2}$

7)  $\log_{3\sqrt{3}} \sqrt[5]{9}$

8)  $\log_{\frac{1}{27}} \frac{9}{\sqrt[5]{3}}$

2) Calcula x en los siguientes casos:

1)  $\log_{\frac{1}{2}} x = -4$

2)  $\log_4 x = \frac{1}{2}$

3)  $\log_x 16 = 2$

4)  $\log_x 10 = \frac{1}{4}$

3) Calcula el valor de las siguientes expresiones:

1)  $\log_2 32 + \log_3 81 - \log_5 125$

2)  $\log 100 + \log 0,01 + \log 0,1$

3)  $2 - \log_4 16 + \log_2 8 - 3 \log_7 49$

4)  $\log_2 \sqrt[3]{16} + \log_3 (27 \cdot \sqrt{3})$

4) Calcula el valor de x en las siguientes expresiones, (con calma ve aplicando lo que conoces de los logaritmos):

1)  $\log_2 [5 + 3 \cdot \log_3 (1+x)] = 3$

2)  $\log_8 [6 + \log_4 (12 + \log_2 x)] = 1$

3)  $\log [6 \cdot \log (3x+1) - 2] = 1$

5) Sabiendo que  $\log a = 1,2$ ,  $\log b = 0,8$  y  $\log c = 0,5$  calcula:

a)  $\log \sqrt[3]{\frac{a^2 \cdot b}{c^2}}$

6) Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

a)  $\log x = 3 \cdot \log 2 - 2 \cdot \log 3 + \log 5$

b)  $\log x = 3 \cdot \log 2 - 2 \cdot \log 5 + 2 - \frac{\log 64}{6}$

c)  $\log_2 x = 2 \cdot \log_2 5 - 3 \cdot \log_2 3 + \frac{\log_2 27}{3} + 2$

d)  $\log 2 + \log (x^2 - 2) = 2 \cdot \log (2x - 2)$

## - Propiedades de las raíces.

1. Realiza las siguientes operaciones de radicales reduciendo previamente a índice común:

a)  $\sqrt{3} : \sqrt[6]{27}$

a)  $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt[6]{2}$

3. Expresa en forma de raíz las siguientes potencias:

a)  $3^{\frac{1}{4}}$

b)  $\left(\frac{3}{8}\right)^{\frac{2}{5}}$

5. Realiza las siguientes divisiones con radicales:

a)  $\sqrt[3]{6} : 2^{\frac{1}{3}}$

b)  $4^{\frac{3}{5}} : \sqrt[5]{2}$

1.-Realiza las siguientes sumas de radicales:

a)  $\sqrt[4]{162} - \sqrt[4]{32} + \sqrt[4]{1250}$

b)  $\sqrt{125} + \sqrt{54} - \sqrt{45} - \sqrt{24}$

c)  $\sqrt{18} - 3\sqrt{12} + 5\sqrt{50} + 4\sqrt{27}$

d)  $\frac{1}{2}\sqrt{150} - \frac{3}{4}\sqrt{24}$

e)  $\sqrt{5} + \sqrt{45} - \sqrt{80} + \sqrt{180}$

f)  $\sqrt{48} + \sqrt{\frac{75}{49}}$

# Ecuaciones (Elegir 15 de cada tipo)

## ECUACIONES DE 1º GRADO

- |                             |              |                         |              |
|-----------------------------|--------------|-------------------------|--------------|
| 1. $2x-34=-20$              | Sol: $x=7$   | 2. $9x+8=7x+6$          | Sol: $x=-1$  |
| 3. $4x+3=3x+5$              | Sol: $x=2$   | 4. $7x+9=3+9x$          | Sol: $x=3$   |
| 5. $x-8=2x-11$              | Sol: $x=3$   | 6. $x+1=2x-7$           | Sol: $x=8$   |
| 7. $6x+6=4+8x$              | Sol: $x=1$   | 8. $9+9x=17+5x$         | Sol: $x=2$   |
| 9. $2x+3=3x$                | Sol: $x=3$   | 10. $25-2x=3x+20$       | Sol: $x=1$   |
| 11. $4x+1=3x+3$             | Sol: $x=2$   | 12. $5x-3=10x-6$        | Sol: $x=3/5$ |
| 13. $1+8x=-16x+31$          | Sol: $x=5/4$ | 14. $5x-11=15x-19$      | Sol: $x=4/5$ |
| 15. $12x-48=-15x-30$        | Sol: $x=2/3$ | 16. $2x+17=3x+7$        | Sol: $x=10$  |
| 17. $10-5x=x-2$             | Sol: $x=2$   | 18. $70-3x=4x$          | Sol: $x=10$  |
| 19. $48-3x=5x$              | Sol: $x=6$   | 20. $-4x+30=-3x-10$     | Sol: $x=40$  |
| 21. $10x-15=4x+27$          | Sol: $x=7$   | 22. $x-3(x-2)=6x-2$     | Sol: $x=1$   |
| 23. $3x+1=6x-8$             | Sol: $x=3$   | 24. $3x-7=2(x+1)$       | Sol: $x=9$   |
| 25. $47-3x=5+11x$           | Sol: $x=3$   | 26. $2(2+4x)=3+12x$     | Sol: $x=1/4$ |
| 27. $30-9x=-7x+21$          | Sol: $x=9/2$ | 28. $5x=7(5x-3)+3$      | Sol: $x=3/5$ |
| 29. $3x-10=2x+1$            | Sol: $x=11$  | 30. $2(x-5)=3x-17$      | Sol: $x=7$   |
| 31. $25-2x=3x-35$           | Sol: $x=12$  | 32. $2+5(x-13)=x-3$     | Sol: $x=15$  |
| 33. $75-5x=3x+3$            | Sol: $x=9$   | 34. $2x-1=3(2x-15)$     | Sol: $x=11$  |
| 35. $5+8x=2x+20$            | Sol: $x=5/2$ | 36. $2(x-2)=-4-x$       | Sol: $x=0$   |
| 37. $2y-3=y+5$              | Sol: $y=8$   | 38. $2(3x-49)=-x+14$    | Sol: $x=16$  |
| 39. $2-6x=3x-1$             | Sol: $x=1/3$ | 40. $20=2x-(10-4x)$     | Sol: $x=5$   |
| 41. $60x-1=3(1+12x)$        | Sol: $x=1/6$ | 42. $5(x-1)+10(x+2)=45$ | Sol: $x=2$   |
| 43. $2x+3(2x-1)=x+67$       | Sol: $x=10$  | 44. $12x+3(2x-4)=60$    | Sol: $x=4$   |
| 45. $3-2x(5-2x)=4x^2+x-30$  | Sol: $x=3$   | 46. $3x-(x+1)=x-2$      | Sol: $x=-1$  |
| 47. $3[2x-(3x+1)]=x+1$      | Sol: $x=-1$  | 48. $x-3(x+5)=3x+10$    | Sol: $x=-5$  |
| 49. $(x-15)=3(x-19)$        | Sol: $x=21$  | 50. $3(2-x)=18x-1$      | Sol: $x=1/3$ |
| 51. $3(x+4)=4x+1$           | Sol: $x=11$  | 52. $10+5(x-3)=3(x+1)$  | Sol: $x=4$   |
| 53. $2(3-4x)=2x-9$          | Sol: $x=3/2$ | 54. $10-9x=4(x-4)$      | Sol: $x=2$   |
| 55. $2(3x+2)=4[2x-5(x-2)]$  | Sol: $x=2$   | 56. $15x=2(1+9x)-3$     | Sol: $x=1/3$ |
| 57. $3(12-x)-4x=2(11-x)+9x$ | Sol: $x=1$   | 58. $x+3=3(2x-4)$       | Sol: $x=3$   |

$$59. \frac{3x}{2} + 2 = x + 4$$

$$61. x - \frac{3x}{4} = \frac{x}{7} + 3$$

$$63. \frac{9x}{4} - 6 = \frac{2x}{3} + \frac{1}{3}$$

$$65. \frac{3x}{5} - 7 = \frac{2x}{6} + 1$$

$$67. \frac{x}{3} + x = 10 + \frac{2x}{9}$$

$$69. \frac{x}{5} + \frac{x}{2} = x - 3$$

$$71. \frac{x+2}{3} = 5x - 4$$

$$60. x - 8 = \frac{x}{2} - \frac{x-6}{3}$$

$$62. 2 \left( \frac{x+5}{3} \right) = x + 3$$

$$64. \frac{5x}{6} - \frac{3x}{4} = x - 11$$

$$66. x - 10 = \frac{5}{9} (x - 6)$$

$$68. \frac{3x}{2} + 1 = 12 - \frac{x}{3}$$

$$70. 4x - 7 = \frac{5x - 6}{4}$$

$$72. \frac{2x-10}{3x-20} = \frac{7}{8}$$

$$73. \frac{x}{4} + \frac{3x}{6} + x = 21$$

$$75. \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} = 94$$

$$77. \frac{x-7}{x+3} = \frac{10}{x+3} - 3$$

$$79. \frac{\frac{3x}{5} - 12}{x+1} = 6$$

$$81. \frac{3}{x+1} = \frac{x}{x-1} - 1$$

$$83. x + \frac{x+1}{5} = x + \frac{x}{2}$$

$$85. 8 - \frac{3x}{10} + \frac{2x}{4} - \frac{5x}{8} = -9$$

$$87. \frac{3x}{5} - 2 + \frac{3x}{2} - \frac{x}{10} = 0$$

$$89. \frac{x+2}{x-1} - \frac{x+3}{x+1} = \frac{2x+2}{x^2-1}$$

$$91. \frac{4x-3}{6} - \frac{3x-1}{4} = \frac{4x-2}{3} - 1$$

$$93. \frac{2x}{5} - 2 - \frac{x}{3} = \frac{x}{10} - 3$$

$$95. \frac{2}{x+1} + \frac{3x-3}{x^2-1} = \frac{2}{x-1} + \frac{7}{x+1}$$

$$97. \frac{5}{x-1} - \frac{3}{x+4} - \frac{3}{x^2+3x-4} = \frac{5}{x-1}$$

$$99. (a+x)(b-x) - a(b+a) + x^2 + a^2 = \frac{b^2-ab}{a}$$

$$100. \frac{1}{x-a} + \frac{1}{x+a} = \frac{1}{x^2-a^2}$$

$$102. \frac{1 + \frac{x+1}{x-1}}{2 - \frac{x-1}{x+1}} = 2$$

$$104. \frac{x-3}{3} - \frac{3(x-2)}{2} = \frac{x-3-(x+2)}{2}$$

$$106. \frac{x+1}{2} + \frac{5+x}{6} = 1 + \frac{9-2x}{3}$$

$$108. x(x-2) - \frac{x+2}{3} - \frac{x-2}{2} = (x-2)^2 - 4x$$

$$74. \frac{x}{4} - \frac{13}{6} = \frac{5x}{2} - \frac{5}{6}$$

$$76. \frac{x}{3} + 10 = \frac{x}{5} + 16$$

$$78. 3x - 9 + \frac{x}{5} = 2x - 3$$

$$80. \frac{x}{4} + 5 = \frac{2x}{5} - 2 - \frac{x}{30}$$

$$82. \frac{5x}{8} - 5(x-20) = \frac{-2x+18}{6}$$

$$84. 3x - \frac{7-x}{8} = -1 + \frac{x-3}{4} + 2x$$

$$86. \frac{x+1}{2} + \frac{3+x}{6} = 1 + \frac{x}{3}$$

$$88. \frac{10}{x+5} + \frac{3+4x}{x+5} = 3$$

$$90. \frac{7x-3}{6} - \frac{3x-1}{4} = \frac{5x-1}{4}$$

$$92. \frac{3(x+1)}{4} - \frac{x+3}{6} + x = 2x + \frac{3-7x}{12}$$

$$94. \frac{15}{x+10} - \frac{5}{x+2} = 0$$

$$96. \frac{2x+1}{4} - \frac{3x}{9} - 2 = \frac{3x-2}{4}$$

$$98. \frac{15}{x-2} - \frac{12x+6}{x^2-4} = \frac{18}{x+2}$$

$$101. \frac{x}{2a} - 2 = \frac{1+x}{2}$$

$$103. \frac{x}{3} + \frac{x-5}{2} - \frac{1}{4}x = \frac{5x-2}{2}$$

$$105. \frac{x-3}{5} - \frac{x-3}{2} = \frac{x-3}{3} - \frac{x+3}{2}$$

$$107. x(x-2) - \frac{x+2}{3} - \frac{x-2}{2} = (x-2)^2 - 4$$

$$109. \frac{x^2-2x+1}{x(x+1)(x-1)} = \frac{3}{2x}$$

Sol: 59.  $x=4$ ; 60.  $x=12$ ; 61.  $x=28$ ; 62.  $x=1$ ; 63.  $x=4$ ; 64.  $x=12$ ; 65.  $x=30$ ; 66.  $x=15$ ; 67.  $x=9$ ; 68.  $x=6$ ; 69.  $x=10$ ; 70.  $x=2$ ; 71.  $x=1$ ; 72.  $x=12$ ; 73.  $x=12$ ; 74.  $x=-16/27$ ; 75.  $x=120$ ; 76.  $x=45$ ; 77.  $x=2$ ; 78.  $x=5$ ; 79.  $x=5$ ; 80.  $x=60$ ; 81.  $x=2$ ; 82.  $x=24$ ; 83.  $x=2/3$ ; 84.  $x=-1$ ; 85.  $x=40$ ; 86.  $x=0$ ; 87.  $x=1$ ; 88.  $x=2$ ; 89.  $x=3$ ; 90.  $x=0$ ; 91.  $x=1$ ; 92.  $x=0$ ; 93.  $x=30$ ; 94.  $x=2$ ; 95.  $x=0$ ; 96.  $x=-15/7$ ; 97.  $x=0$ ; 98.  $x=4$ ; 99.  $x=b/a$ ; 100.  $x=1/2$ ; 101.  $x=5a/(1-a)$ ; 102.  $x=3$ ; 103.  $x=-18/23$ ; 104.  $x=27/7$ ; 105.  $x=51/2$ ; 106.  $x=2$ ; 107.  $x=-2/7$ ; 108.  $x=22/31$ ; 109.  $x=-5$

## ECUACIONES DE 2º GRADO

110. $x^2-7x+12=0$	Sol: $x=3$ ; $x=4$	111. $x^2-9x+18=0$	Sol: $x=3$ ; $x=6$
112. $x^2-5x+6=0$	Sol: $x=2$ ; $x=3$	113. $x^2+8x+15=0$	Sol: $x=-5$ ; $x=-3$
114. $x^2-6x-27=0$	Sol: $x=-3$ ; $x=9$	115. $x^2-6x+9=0$	Sol: $x=3$
116. $x^2+6x=-9$	Sol: $x=-3$	117. $4x^2+4x=3$	Sol: $x=1/2$ ; $x=-3/2$
118. $x^2-9x+14=0$	Sol: $x=2$ ; $x=7$	119. $x^2-6x+8=0$	Sol: $x=4$ ; $x=2$
120. $2x^2+10x-48=0$	Sol: $x=3$ ; $x=-8$	121. $x^2-x=20$	Sol: $x=-4$ ; $x=5$
122. $x^2=5x+6$	Sol: $x=6$ ; $x=-1$	123. $2x^2-5x+3=0$	Sol: $x=1$ ; $x=3/2$
124. $x^2+10x+25=0$	Sol: $x=-5$	125. $x^2+9=10x$	Sol: $x=1$ ; $x=9$
126. $3x^2-39x+108=0$	Sol: $x=4$ ; $x=9$	127. $2x^2-9x+9=0$	Sol: $x=3$ ; $x=3/2$
128. $3x^2+2x=8$	Sol: $x=-2$ ; $x=4/3$	129. $4x^2+12x+9=0$	Sol: $x=-3/2$
130. $5x^2+1=6x$	Sol: $x=1$ ; $x=1/5$	131. $6x^2+1=5x$	Sol: $x=1/2$ ; $x=1/3$
132. $6x^2-6=5x$	Sol: $x=-2/3$ ; $x=3/2$	133. $2x^2+7x+6=0$	Sol: $x=-2$ ; $x=-3/2$
134. $x^2=2x+3$	Sol: $x=-1$ ; $x=3$	135. $4x^2+3=8x$	Sol: $x=1/2$ ; $x=3/2$
136. $x^2-x+1/4=0$	Sol: $x=1/2$	137. $3x^2-16x+5=0$	Sol: $x=5$ ; $x=1/3$

$$138. \quad 1 - \frac{x^2}{3} - \frac{3x+2}{3} = 1$$

$$139. \quad \frac{(x-3)^2}{2} - x + x^2 = x - (x-2)$$

$$140. \quad \frac{1}{x-1} + 3x + 3x^2 - 2 = \frac{3}{x-1} + 3x^2$$

$$141. \quad (x-3)^2 - \frac{x-1}{3} = 2x$$

$$142. \quad \frac{x-3}{3} - \frac{1}{x-1} = 3x$$

$$143. \quad x - \frac{2}{x} + \frac{1}{2x} = 5x + 5$$

$$144. \quad \frac{x-3}{x} + 3x - \frac{5}{x} = 2x - \frac{3}{x} - 3$$

$$145. \quad 3x - \frac{8}{x} + (x-1)^2 = 3(x-2) - (x-5)$$

$$146. \quad (x-3)(x-2) + \frac{x(x-3)}{2} = (x-2)^2$$

$$147. \quad (x-2)x - \frac{x+2}{3} - \frac{(x-2)(x+2)}{2} = (x-2)^2 - 4$$

$$148. \quad (x-3)^2 - \frac{x-2}{3} + (3-x)(x-1) = (x-2)^2$$

$$149. \quad \frac{x-1}{x+1} - \frac{3+x}{x} = 2$$

$$150. \quad \frac{x-1}{x+1} - \frac{3+x}{x-1} = 2$$

$$151. \quad x + \frac{1}{x-2} = 4$$

$$152. \quad x^2 - x = \frac{2}{9} - \frac{2x}{3}$$

$$153. \quad \frac{x^2}{3} + 2 = \frac{5x}{3}$$

$$154. \quad x + \frac{2}{x} = 3$$

$$155. \quad x - 2 = \frac{4x-8}{x}$$

$$156. \quad \frac{x}{2} + \frac{3}{x} = \frac{2x+9}{x}$$

$$157. 2x - 2 = \frac{6x}{x-1} - 5$$

$$159. 3x + 1 - \frac{3}{x} = \frac{1+3x}{4}$$

$$161. x + \frac{1}{x} = \frac{6}{3x}$$

$$163. \frac{x}{3} + \frac{2}{x} = \frac{3x+10}{3x}$$

$$165. \frac{\frac{3}{x} + \frac{1}{2 + \frac{x+1}{x-2}}}{\frac{1}{x}} = \frac{1}{x}$$

$$158. x(x+1) - \left(x + \frac{x}{2}\right) = 0$$

$$160. 2 + \frac{x+4}{3} = \frac{4x+4}{3} + \frac{2-x}{x-3}$$

$$162. x - 2 = \frac{2x-3}{x}$$

$$164. x + 3 = \frac{2x+1}{x-1}$$

$$166. \frac{\frac{x-3}{2} - \frac{x-3}{4}}{x - \frac{1}{1 - \frac{x-1}{x+1}}} = -\frac{1}{x}$$

Soluciones: 138.  $x=-2, x=-1$ ; 139.  $x=1, x=5/3$ ; 140.  $x=5/3, x=0$ ; 141.  $x=4/3, x=7$ ; 142.  $x=5/8, x=0$ ; 143.  $x=-3/4, x=-1/2$ ; 144.  $x=-5, x=1$ ; 145.  $x=-2, x=2$ ; 146.  $x=1, x=4$ ; 147.  $x=-2/3, x=4$ ; 148.  $x=-1, x=8/3$ ; 149.  $x=-3, x=-1/2$ ; 150.  $x=-3, x=0$ ; 151.  $x=3$ ; 152.  $x=-1/3, x=2/3$ ; 153.  $x=2, x=3$ ; 154.  $x=1, x=2$ ; 155.  $x=4, x=2$ ; 156.  $x=-2, x=6$ ; 157.  $x=-1/2, x=3$ ; 158.  $x=0, x=1/2$ ; 159.  $x=1, x=-4/3$ ; 160.  $x=2, x=4$ ; 161.  $x=1, x=-1$ ; 162.  $x=3, x=1$ ; 163.  $x=-1, x=4$ ; 164.  $x=-2, x=2$ ; 165.  $x=1/2, x=2/3$ ; 166.  $x=-1, x=2$

## ECUACIONES IRRACIONALES

$$1. x + \sqrt{x} = 30$$

$$2. \sqrt{x} + 1 = \sqrt{x+9}$$

$$3. \sqrt{7-3x} - x = 7$$

$$4. \sqrt{x+4} = 3 - \sqrt{x-1}$$

$$5. 5\sqrt{x} + 3 = 2x$$

$$6. 3\sqrt{6x+1} - 5 = 2x$$

$$7. \sqrt{4x+5} - \sqrt{3x+1} = 1$$

$$8. \sqrt{2x-1} + \sqrt{x+4} = 6$$

$$9. 1 + \sqrt{x+1} = \frac{x}{3}$$

$$10. \sqrt{x^3} - 2\sqrt{x} = \sqrt{x}$$

$$11. \sqrt{x-3} + \sqrt{x+4} = \sqrt{4x+1}$$

$$12. 2\sqrt{x+4} = \sqrt{5x+4}$$

$$13. \sqrt{x^2+3x+7} = 5$$

$$14. 3 - \sqrt{x} = x + 1$$

$$15. 2\sqrt{2x-1} = \sqrt{6x-5} + \sqrt{2x-9}$$

$$16. \sqrt{2x+5} + 6 = 3x + 3$$

$$17. \sqrt{3x+10} = 1 + \sqrt{3x+3}$$

$$18. \sqrt{3x-2} - 4 = 0$$

$$19. \sqrt{2x+1} = x - 1$$

$$20. \sqrt{2x-1} + \sqrt{2x+1} = \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$$

$$21. \frac{21}{\sqrt{6x+1}} - \sqrt{6x+1} = 2\sqrt{3x}$$

$$22. \frac{3}{\sqrt{x}} = \frac{6}{\sqrt{3x+4}}$$

$$23. \sqrt{2} + \sqrt{\frac{2^3}{x}} = \sqrt{2x}$$

$$24. \sqrt{x+6} + \sqrt{x+11} = \sqrt{5-10x}$$

$$25. \sqrt{9\sqrt{15-x}} = 6\sqrt{2x+3}$$

Soluciones (OJO!! COMPROBAR SOLUCIONES):

- |                  |                           |                   |                    |
|------------------|---------------------------|-------------------|--------------------|
| 1. $x=25, x=36;$ | 2. $x=16;$                | 3. $x=-3, x=-14;$ | 4. $x=13/9;$       |
| 5. $x=9, x=1/4;$ | 6. $x=8, x=1/2;$          | 7. $x=5, x=1;$    | 8. $x=5, x=221;$   |
| 9. $x=15, x=0;$  | 10. $x=0, x=\frac{1}{3};$ | 11. $x=12;$       | 12. $x=12;$        |
| 13. $x=3, x=-6;$ | 14. $x=1, x=4;$           | 15. $x=5;$        | 16. $x=2/9, x=2;$  |
| 17. $x=2;$       | 18. $x=6;$                | 19. $x=4, x=0;$   | 20. $x=5/8;$       |
| 21. $x=4/3;$     | 22. $x=4;$                | 23. $x=4, x=1;$   | 24. $x=-2, x=3/7;$ |
| 25. $x=-1$       |                           |                   |                    |

## ECUACIONES BICUADRADAS Y BICÚBICAS

- |                     |                    |                      |
|---------------------|--------------------|----------------------|
| 1. $x^4-5x^2+4=0$   | 2. $x^4+2x^2-3=0$  | 3. $x^6-9x^3+8=0$    |
| 4. $x^6-26x^3-27=0$ | 5. $6x^4+2x^2-8=0$ | 6. $x^4-4x^2=0$      |
| 7. $4x^4-17x^2+4=0$ | 8. $9x^4-3x^2+4=0$ | 9. $x^4-6x^2-27=0$   |
| 10. $x^6+7x^3-8=0$  | 11. $x^4-2x^2-8=0$ | 12. $x^6+28x^3+27=0$ |

Soluciones:

- |                  |                 |                   |                   |
|------------------|-----------------|-------------------|-------------------|
| 1. $x=-1, x=-2;$ | 2. $x=-1;$      | 3. $x=2, x=1;$    | 4. $x=-1, x=3;$   |
| 5. $x=-1;$       | 6. $x=0, x=-2;$ | 7. $x=-2, x=-1/2$ | 8. $x=-1/3, x=-2$ |
| 9. $x=-3$        | 10. $x=1, x=-2$ | 11. $x=-2$        | 12. $x=-1, x=-3$  |

## ECUACIONES DE GRADO SUPERIOR A DOS

- |                          |                             |                            |
|--------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| 1. $x^3-7x^2+7x+15=0$    | 2. $x^3-2x^2-x+2=0$         | 3. $x^4+x^3-16x^2-4x+48=0$ |
| 4. $3x^4-2x^3-3x^2+2x=0$ | 5. $x^3-2x^2-5x+6=0$        | 6. $4x^3+4x^2-x-1=0$       |
| 7. $6x^4+x^3-7x^2-x+1=0$ | 8. $4x^4-x^3-28x^2+31x-6=0$ | 9. $(4x^2-9)(9x^2-16)=0$   |
| 10. $x^3-4x=0$           | 11. $x^4-11x^3+41=0$        | 12. $12x^3-x^2-x=0$        |

Soluciones: 1.  $-1, 3, 5$  2.  $-1, 1, 2$  3.  $-2, 2, 3, -4$  4.  $0, -1, 1, 2/3$  5.  $1, -2, 3$  6.  $-1, -1/2, 1/2$   
 7.  $-1, 1, -1/2, 1/3$  8.  $-3, 1, 2, 5/2$  9.  $3/2, -3/2, 4/3, -4/3$  10.  $0, 4$  11.  $1, 2, 3, 5$  12.  $0, 1/3, -1/4$

## INECUACIONES

### 1) Inecuaciones de primer grado

- |  |                        |
|--|------------------------|
| a) $(x-2)^2 > (x+2) \cdot (x-2) + 8$     | R. $] -\infty, 0 [$    |
| b) $(x-1)^2 < x(x-4) + 8$                | R. $] -\infty, 7/2 [$  |
| c) $3 - (x-6) \leq 4x - 5$               | R. $[ 14/5, +\infty [$ |
| d) $\frac{3x-5}{4} - \frac{x-6}{12} < 1$ | R. $] -\infty, 21/8 [$ |

## 2) Inecuaciones de segundo grado

- a)  $x^2 \geq 16$  R.  $\mathbb{R} - ]-4, 4[$   
b)  $9x^2 < 25$  R.  $] -5/3, 5/3 [$   
d)  $(x + 5)^2 \leq (x + 4)^2 + (x - 3)^2$  R.  $\mathbb{R} - ]0, 8 [$   
f)  $x^2 - 3x > 3x - 9$  R.  $\mathbb{R} - \{3\}$   
g)  $4(x - 1) > x^2 + 9$  R.  $\emptyset$   
o)  $(x - 2)^2 \leq 0$  R.  $\{2\}$

## 3) Inecuaciones fraccionarias

- a)  $\frac{x}{x-1} > 0$  R.  $\mathbb{R} - [0, 1]$   
b)  $\frac{x+6}{3-x} < 0$  R.  $\mathbb{R} - [-6, 3]$

II. Encuentra la región solución de cada sistema.

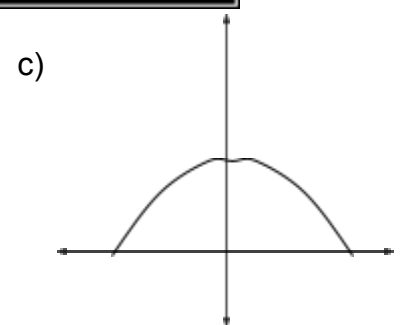
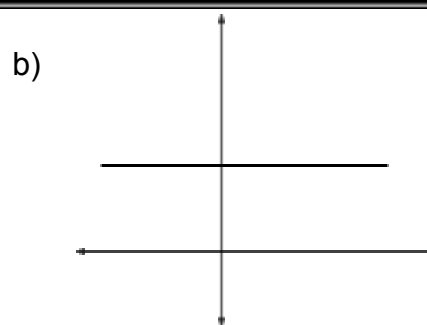
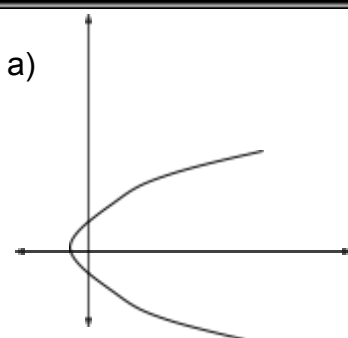
1. - 
$$\begin{cases} x - y > -3 \\ 2x + y > 1 \end{cases}$$

2. - 
$$\begin{cases} -2x - y > 4 \\ y + 3x > -6 \end{cases}$$

## **FUNCIONES Y GRÁFICAS**

Una función es una relación entre dos variables,  $x$  e  $y$ .  
A cada valor de la  $x$  (variable independiente) le corresponde un único valor de  $y$  (variable dependiente). La función se representa gráficamente sobre los ejes cartesianos.

La primera gráfica corresponde a una función: a cada valor de  $x$  le corresponde un único valor de  $y$ .  
La segunda gráfica no es de una función: hay valores de  $x$  que les corresponde más de un  $y$ .





Si  No

Porque:

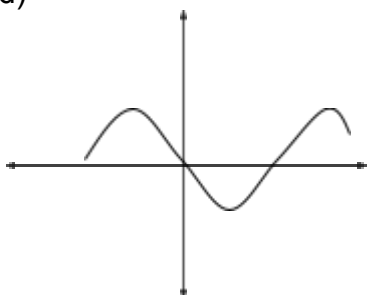
Si  No

Porque:

Si  No

Porque:

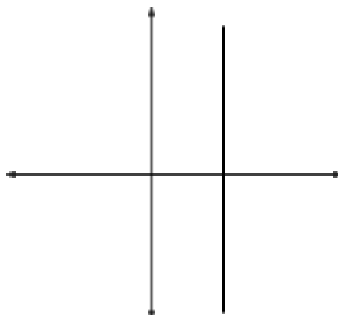
d)



Si  No

Porque:

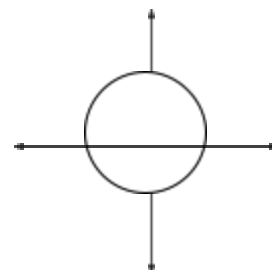
e)



Si  No

Porque:

f)

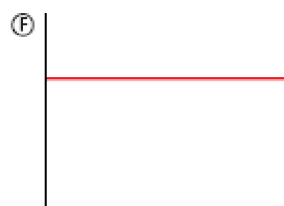
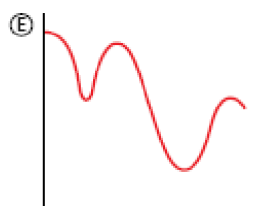
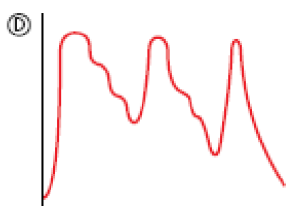
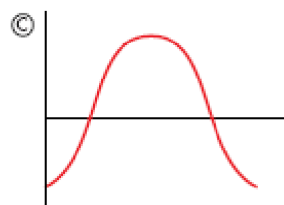
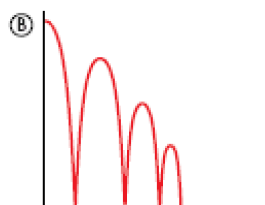
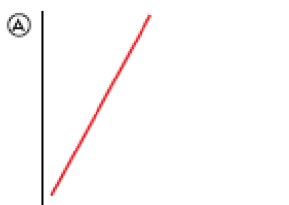


Si  No

Porque:

Las funciones describen fenómenos mediante las relaciones entre las variables que intervienen. Observando la gráfica de una función podemos comprender cómo evoluciona el fenómeno que en ella se describe

Ejercicio 2.- Asocia cada gráfica con las situaciones descritas más abajo, y di en cada caso que representan los ejes de abscisas y los de ordenadas.



1) Altura de una pelota que bota al pasar el tiempo...B)

x: el tiempo que transcurre en segundos y: la altura en centímetros que alcanza.

2) Nivel de ruido desde las seis de la mañana hasta las seis de la tarde.....

x:.....  
y:.....

3) Temperaturas mínimas diarias en Segovia a lo largo de un año.....

x:.....  
y:.....

4) Precio de las bolsas de patatas fritas.....

x:.....  
y:.....

5) Nivel de agua de un pantano a lo largo de un año.....

x:.....  
y:.....

6) Distancia a la Tierra de un satélite artificial, al pasar el tiempo.....

x:.....  
y:.....

**CARACTERÍSTICAS DE LAS FUNCIONES**

11.-La siguiente gráfica muestra la estatura media de los varones españoles según su edad:

a) ¿Cuál es la variable dependiente? ..... ¿y la independiente?

.....

b) ¿Cuál es la estatura media a los 10 años?

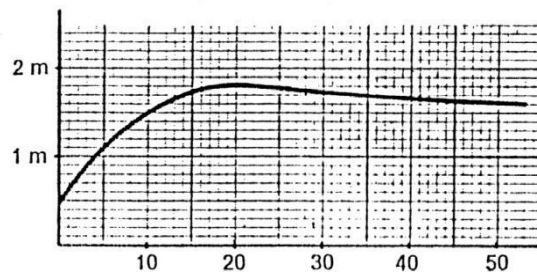
.....

c) ¿Cuál es la etapa de vida de crecimiento?

.....

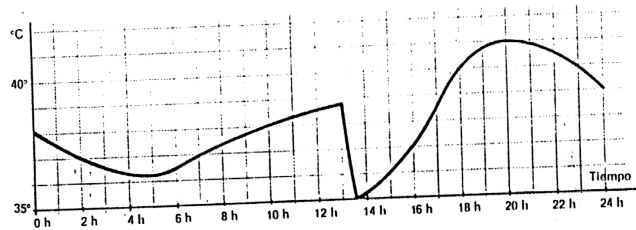
d) ¿A partir de que edad se disminuye de altura?.....

e) ¿A que edad la altura es máxima? .....



f) ¿Cuál es la altura mínima? .....

12.-Esta es la gráfica de la evolución de la temperatura de un enfermo ingresado en la U.C.I. a lo largo de un día.



a) ¿Hubo algún descenso

de temperatura durante la madrugada? ..... ¿Entre que horas?

.....

b) ¿A qué hora del día la temperatura fue mínima? ..... ¿Y máxima?

.....

c) ¿Qué pasó entre las dos horas? .....

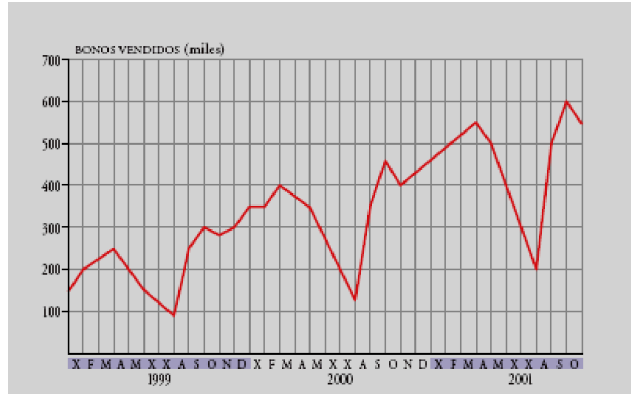
d) ¿Cuándo tuvo el enfermo la temperatura mínima entre las 0 h y las 12 h? .....

e) ¿A qué hora entre las 8 y las 16 horas alcanza el enfermo la temperatura máxima? .....

Una función es **creciente** en un intervalo cuando al aumentar la variable independiente  $x$  en ese intervalo aumenta también la variable dependiente  $y$   
Una función es **decreciente** en un intervalo cuando al aumentar la variable independiente  $x$  en ese intervalo disminuye también la variable dependiente  $y$

Una función  $y = f(x)$  tiene un **máximo relativo** en un punto  $a$  de su dominio si el valor de la función en ese punto,  $f(a)$ , es mayor que los valores que toma la función en los puntos próximos a  $a$   
Una función  $y = f(x)$  tiene un **mínimo relativo** en un punto  $a$  de su dominio si el valor de la función en ese punto,  $f(a)$ , es menor que los valores que toma la función en los puntos próximos a  $a$

Ejercicio 4.- Una compañía de transporte público recogió en una gráfica la información que tiene sobre la venta de bonos para viajar en sus líneas.



- a) ¿Durante cuánto tiempo se hizo este estudio?  
 b) ¿En qué momento del año 1999 se vendieron menos bonos?

.....  
 ¿Y en cada uno de los años 2000 y 2001?  
 .....

- c) ¿En que momento del año 2001 se produce la máxima venta?

.....  
 ¿A qué lo atribuyes?  
 .....

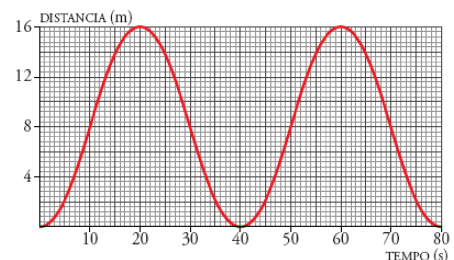
- d) ¿En qué periodos anuales es mayor el crecimiento en la venta de bonos?

.....  
 ¿En qué estación del año es decreciente la venta?  
 .....

Una función  $y = f(x)$  se dice **periódica** de período  $T$  cuando toma valores iguales (de "y"), a medida que "x" toma valores en un cierto intervalo de longitud  $T$ .  
 Una función periódica queda perfectamente determinada conociendo como se comporta en un intervalo de longitud igual a un período ( $T$ ).

Ejercicio 5.-

Los cestos de una noria van subiendo y bajando a medida que la noria gira. Esta es la representación gráfica de la función: *tiempo-distancia* al suelo de un cesto.



a) ¿Cuánto tarda en dar una vuelta completa?.....

b) Observa cual es la altura máxima y cual es el radio

de la noria.....

c) ¿Es esta una función periódica?.....

¿Cuál es el período?.....

d) Explica cómo calcular la altura a los 130 segundos sin necesidad de continuar la gráfica

Ejercicio 6.-

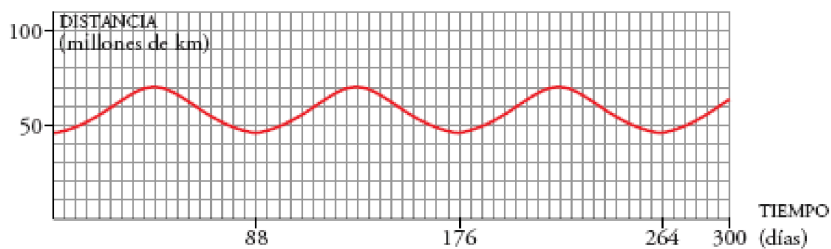
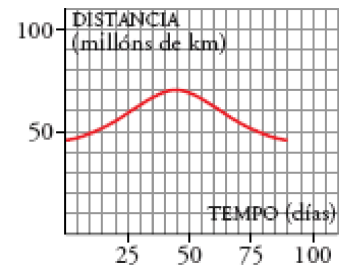
Mercurio tarda 88 días en completar su órbita alrededor del Sol. Su distancia al Sol oscila entre 70 y 46 millones de km., según muestra la gráfica *tiempo-distancia*

a) ¿Es esta función periódica?..... ¿Cual es el período?.....

b) ¿En que momento la distancia de Mercurio al Sol es máxima? .....

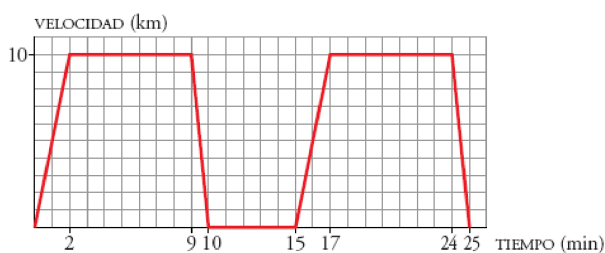
c) Desde que inicia la órbita, ¿durante cuánto tiempo aumenta la distancia al Sol?.....

d) Completa la gráfica de la distancia de Mercurio al Sol durante 300 días.



Ejercicio 7.-

Describe el comportamiento de un carrusel mediante la siguiente gráfica, que relaciona el tiempo que transcurre desde que comienza a moverse hasta que empieza una nueva vuelta



- ¿Durante cuánto tiempo aumenta su velocidad?.....
- d) ¿Cuánto tiempo mantiene la velocidad constante?.....
- e) ¿Cuánto tiempo está parado?.....

Una función  $y = f(x)$  se dice **continua** en su dominio cuando su gráfica es de trazo continuo en el mismo. En caso contrario se dice **discontinua**.

Las discontinuidades de una función pueden ser debidas a:

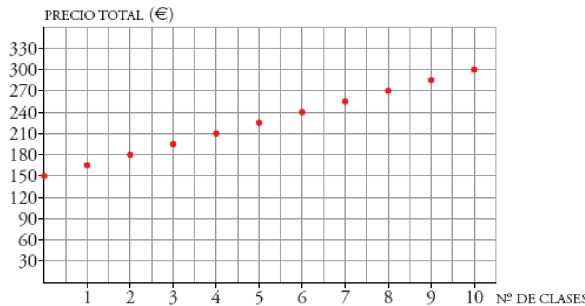
- Si la variable independiente "x" toma únicamente valores discretos, la gráfica de la función consta de una serie de puntos.
- Si la variable "x" toma valores en un intervalo pero la variable "Y" toma valores discretos, la función tiene una gráfica: "a saltos". Decimos entonces que es discontinua en los "x" en que se producen los saltos.

Ejercicio 8.-

En la autoescuela "Fene" las tarifas son las siguientes:

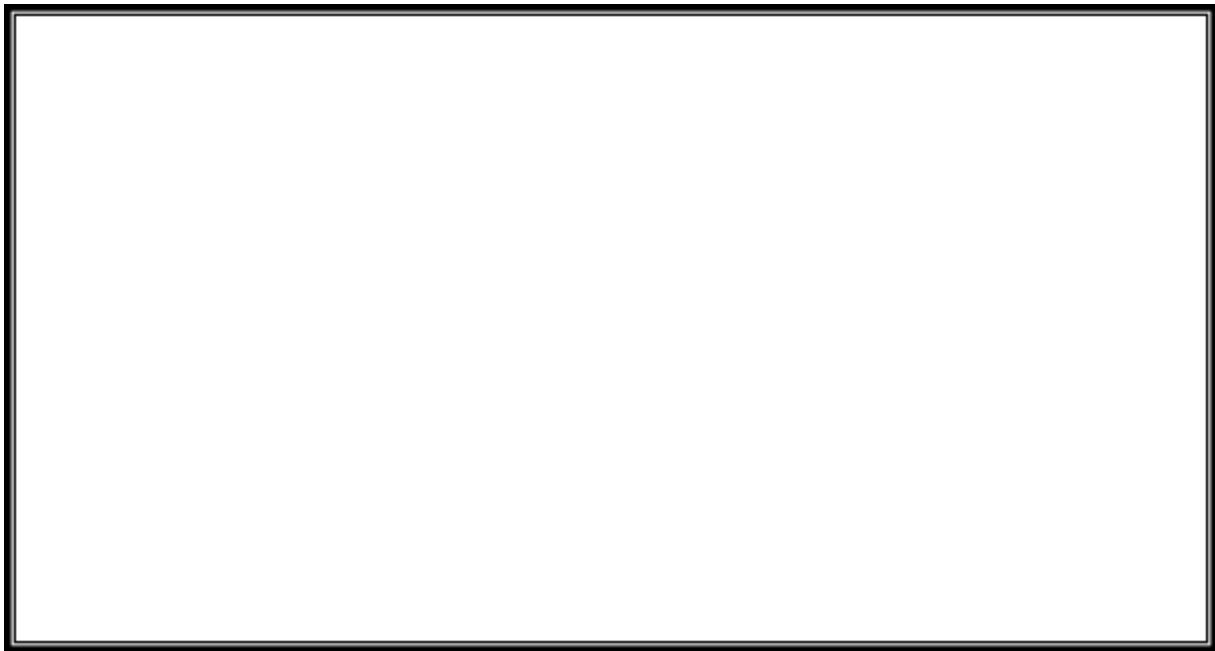
Observando la gráfica adjunta correspondiente a número de clases recibidas, contesta a las siguientes preguntas:

*Precio de cada clase.....15€*  
*Precio matrícula carné.....150€*



- a) ¿Cuánto pagué en total?.....
- b) ¿Es la función que relaciona nº de horas-precio continua?.....

c) ¿Qué tipo de discontinuidad tiene?.....



.....

Ejercicio 9.-

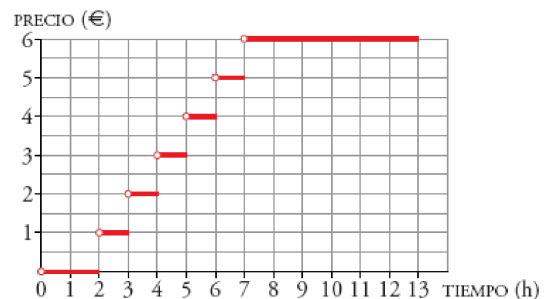
Esta es la gráfica del coste de aparcamiento, en un centro comercial, en función del número de horas que mantenga el automóvil en el garaje.

a) ¿Es la función: *tiempo-coste* continua?.....

b) ¿De que discontinuidad se trata?.....

.....

c) Describe mediante una tabla de valores los costes del aparcamiento en ese centro comercial.



Una función es una relación entre dos variables a las que, en general, llamaremos  $x$  e  $y$ .

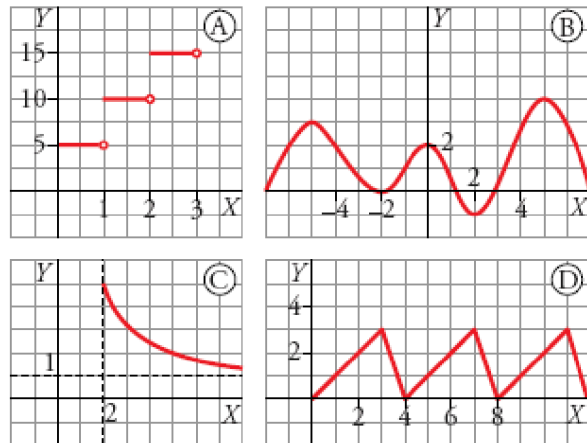
- $x$  es la **variable independiente**
- $y$  es la **variable dependiente**
- Una función asocia a cada valor de  $x$  un **único** valor de  $y$ .

El tramo de valores de  $x$  para los cuales hay valores de  $y$  se llama **dominio** de definición de la función

El tramo de valores  $y$  correspondiente a cada valor de  $x$  se llama **recorrido**.

Ejercicio 10.-

En cada una de estas gráficas indica: Dominio, Recorrido, Intervalos de crecimiento y decrecimiento, los máximos y los mínimos. Indica también si alguna es discontinua o si alguna es periódica.

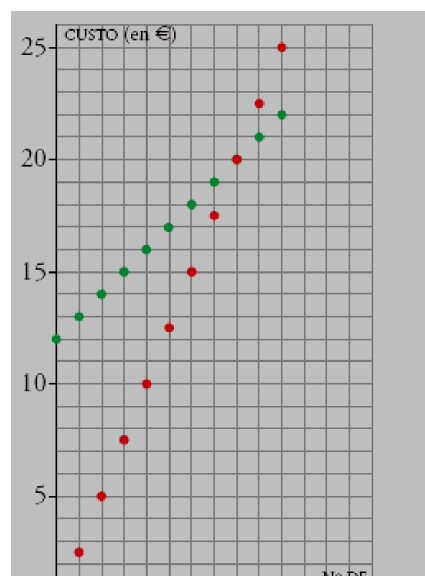


**FUNCIONES LINEALES**

Observando la siguiente tabla, puedes ver que los precios de alquiler de vídeos depende de si, previamente, te hiciste o no socio del videoclub.

nº de vídeos	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Precio no socios</b>	0	2,5	5	7,5							
<b>Precio socios</b>	12	13	14	15							

- a) Completa la tabla anterior.
- b) Completa la gráfica de la derecha, representando con puntos rojos los resultados para los socios y con puntos verdes los resultados para los no socios.
- c) ¿A partir de cuántos vídeos conviene hacerse socio del videoclub?.....





d) Si la expresión del coste de "x" vídeos, sin ser socio, es :  $y = 2,5 \cdot x$   
 ¿Cuál es la fórmula correspondiente siendo socio?

.....  
 d) ¿Son las gráficas que obtuviste líneas rectas discontinuas?..... ¿Por qué son discontinuas?  
 .....

Dos magnitudes se dicen "directamente proporcionales" cuando al aumentar una de ellas (doble, triple,.....) también aumenta la otra del mismo modo (doble, triple,.....) y al disminuir una (mitad, tercera parte,....) la otra disminuye del mismo modo (mitad, tercera parte,.....).

De modo más preciso: cuando los valores de una de ellas se obtienen a partir de los de la otra multiplicándolos por un número fijo al que llamamos, "constante de proporcionalidad" (en el ejemplo anterior, el coste del alquiler de vídeos para los no socios en relación con el nº de vídeos alquilados; en este caso esa constante de proporcionalidad es:2,5).

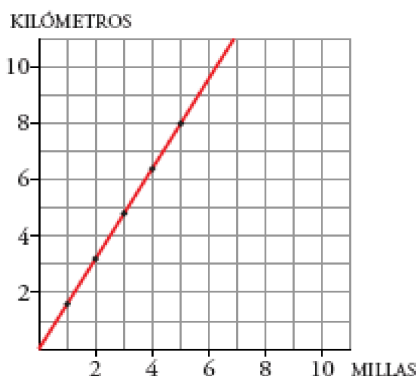
Todas las funciones que relacionan dos magnitudes directamente proporcionales se representan mediante una recta.

En algunos casos la relación entre dos magnitudes no proporcionales también se describe mediante una recta (en el ejemplo anterior, el coste del alquiler de vídeos para los socios en relación con el nº de videos alquilados, se relacionan también mediante una recta).

<b>Millas(x)</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
<b>Kilómetros(y)</b>	<b>0</b>	<b>1,6</b>	<b>3,2</b>					

b) ¿Cuál es la fórmula que relaciona: millas-km.?.....  
 c) ¿Cual es el valor de la constante de proporcionalidad?.....  
 d) ¿Qué significado tiene esta constante?.....  
 .....

c) Dibuja la gráfica de la relación: millas-km.



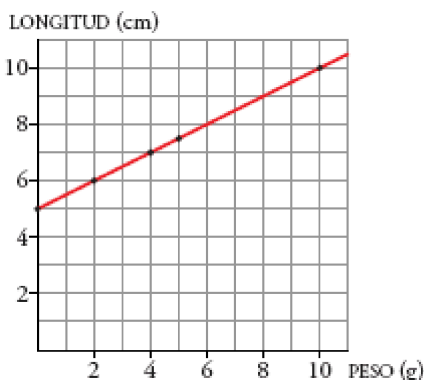
d) ¿Cuántos km. recorreré si he hecho 25 millas?.....

¿Y cuántas millas recorreré si he hecho 176 km.?.....

Ejercicio 2.- Al colgar diferentes pesos de un resorte, este se va alargando según los valores que indica esta tabla:

<b>Peso, x(g)</b>	<b>0</b>	<b>2</b>	<b>5</b>	<b>1</b>
				<b>0</b>
<b>Longitud, y(cm.)</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7,5</b>	<b>10</b>

a) Representa los “puntos” de la tabla en un sistema de ejes cartesianos.



b) Calcula la expresión analítica (fórmula) que relaciona: peso-longitud.

c) ¿Qué longitud tendrá el resorte cuando cuelgue un peso de 850 centígramos?.....

**Funciones lineales**

Son aquellas que se representan mediante una recta. Entre estas tenemos:

<p><u>Func. de proporcionalidad</u>                  Recta que pasa por: (0,0)                  Ecuación:  <i>m es la pendiente</i></p>	<p><u>Función Afín</u>                  Recta corta eje y en : (0,n)                  Ecuación:  <i>m es la pendiente</i></p>	<p><u>Función Constante</u>                  Paralela al eje X                  Ecuación:  <i>la pendiente es 0</i></p>
---	---	---

Ejercicio 3.-

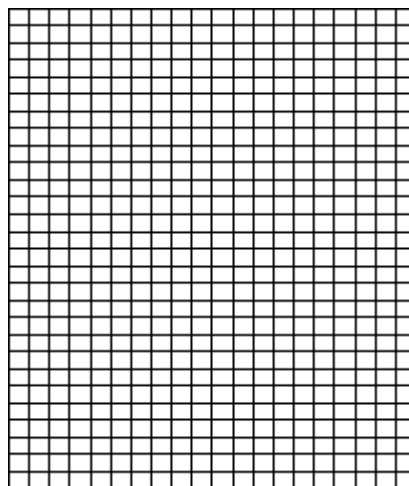
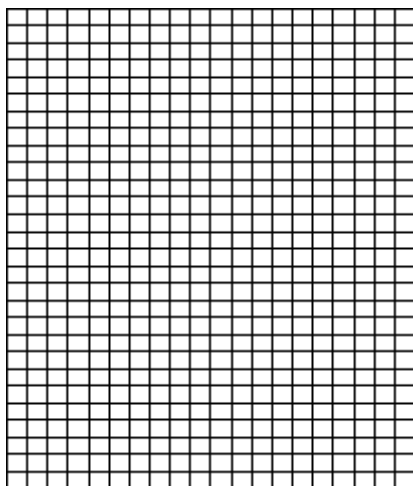
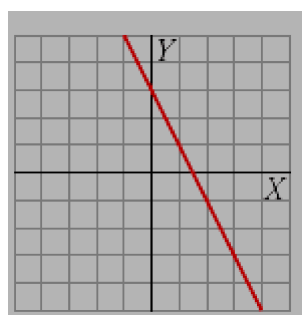
Indica el tipo de las funciones lineales de que se trata de entre todas las dadas a continuación, y posteriormente dibuja su gráfica sobre unos ejes cartesianos:

- a)  $y = x$    b)  $y = -2x$    c)  $y = 1$    d)  $y = 3x - 2$    e)  $y = -2$    f)  $y = 4x$    g)  $y = 3 - 2x$

La gráfica de la función  $y = 3 - 2x$  sería:

Responde las preguntas siguientes:

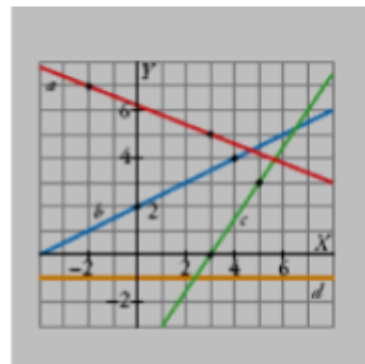
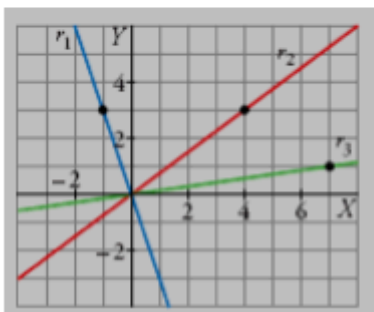
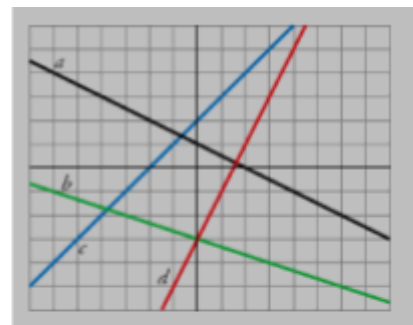
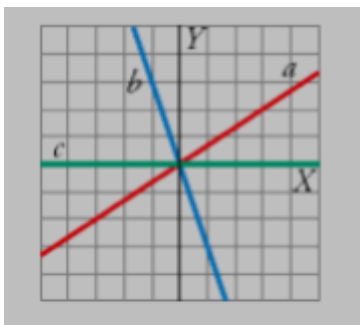
- a) ¿pasa por el (0,0)?..... ¿y por el (1,1)?.....  
b) ¿es continua?.....  
c) ¿cuánto vale la pendiente?.....  
d) ¿es creciente?.....

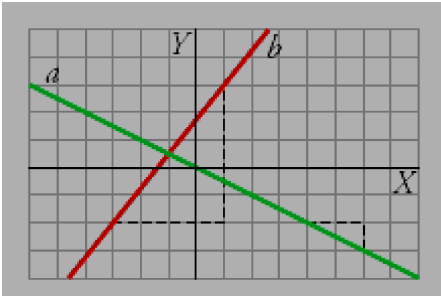


La pendiente de una recta es la variación (positiva o negativa) que experimenta el valor de "y" cuando el valor de "x" aumenta una unidad. Para calcularla dividimos la variación de "y" entre la variación de "x" de dos puntos cualesquiera de esa recta.

Observa como la recta b) que pasa por los puntos: (1,3) y (-3,-2) tiene por pendiente: Calcula tú la pendiente de la recta a)

Ejercicio 4.-  
 Calcula las pendientes de las siguientes rectas:





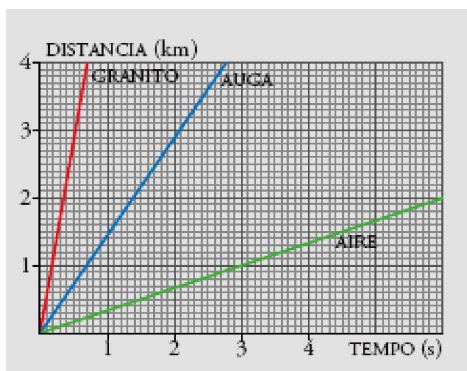
Si conocemos un punto de una recta y su pendiente "m" entonces su ecuación es de la forma

En este caso para la recta b) su pendiente es y pasa por el punto:  $P=(1,3)$   
Por tanto su ecuación es: Calcula tú la ecuación de la recta a).

Ejercicio 5.-

Calcula las ecuaciones de las rectas del ejercicio anterior.

Ejercicio 6.-



Estas son las gráficas que nos muestran la distancia que recorre el sonido en diferentes medios según el tiempo que transcurre.

a) ¿Cuál es la pendiente de cada una?.....

b) explica el significado de la pendiente: así

$m = 1,5$  significa que el sonido recorre 1,5 Km. en una hora en el agua

c) Escribe las ecuaciones de cada recta.

Para estudiar conjuntamente dos funciones lineales, representamos las dos rectas sobre los mismos ejes. Las coordenadas del punto de corte de ambas, si lo tienen, se calcula resolviendo el sistema de dos ecuaciones lineales al que dan lugar.

Observa que para las gráficas dadas el punto de corte es:  $P = (5,50)$ .

Ejercicio 7.-

Dos depósitos de agua A y B funcionan de la siguiente forma: a medida que A se va vaciando, B se va llenando. Tienes las gráficas más arriba:

a) Indica cual es la gráfica de A y cual es la de B. Calcula las ecuaciones.

.....  
.....

b) ¿Cuál es la velocidad de entrada y salida del agua?.....

c) ¿En que momento los depósitos tiene igual cantidad de agua?.....

(resuelve el sistema de las dos ecuaciones por igualación)

## EJERCICIOS FUNCIONES

Ejercicio nº 1.-

Halla el dominio de definición de las funciones siguientes:

a)  $y = \frac{1}{x^2 + 1}$

b)  $y = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$

a)  $y = \frac{1}{x^2 - 9}$

b)  $y = \sqrt{x-2}$

Ejercicio nº 2.-

Asocia a cada gráfica su ecuación:

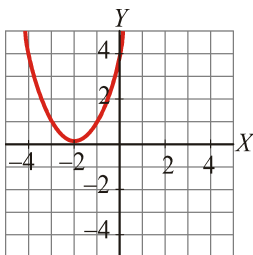
a)  $y = -3x + 5$

b)  $y = (x+2)^2$

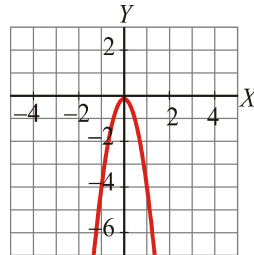
c)  $y = -\frac{5}{3}x$

d)  $y = -4x^2$

I)

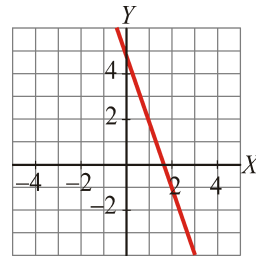
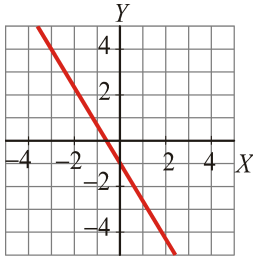


II)



III)

IV)



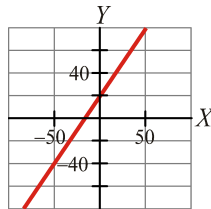
Ejercicio nº 3.-

Representa la gráfica de la siguiente función:

$$y = \frac{-3}{5}x + 1$$

Ejercicio nº 4.-

Halla la expresión analítica de la recta cuya gráfica es:



Ejercicio nº 5.-

Representa la gráfica de la siguiente función:

$$y = -x^2 + 4$$

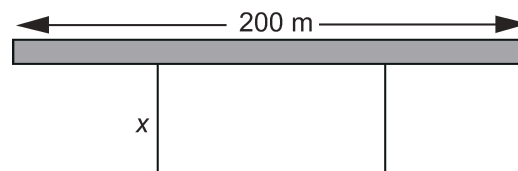
Ejercicio nº 6.-

Representa gráficamente:

$$y = \begin{cases} -2x + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 - 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Ejercicio nº 7.-

Con 200 metros de valla queremos acotar un recinto rectangular aprovechando una pared:



- Llama  $x$  a uno de los lados de la valla. ¿Cuánto valen los otros dos lados?
- Construye la función que nos da el área del recinto.

Ejercicio nº 9.-



Halla la ecuación de la recta que pasa por  $(-1, 2)$  y cuya pendiente es  $-\frac{1}{3}$ .

Ejercicio nº 10.-

Representa gráficamente la siguiente función:

$$f(x) = -2x^2 + 4x$$

Ejercicio nº 11.-

Dibuja la gráfica de la función:

$$y = \begin{cases} (-x+1)/2 & \text{si } x \leq -1 \\ -x^2 & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

Ejercicio nº 14.-

Obtén la gráfica de la función:

$$f(x) = \frac{x^2}{2} - 2x + 1$$

Ejercicio nº 15.-

Representa la siguiente función:

$$y = \begin{cases} 2x^2 & \text{si } x < -1 \\ 2x + 4 & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$$

## Trigonometria

### EJERCICIOS

---

- Dados los ángulos  $\alpha = 30^\circ 56' 50''$  y  $\beta = 20^\circ 58' 55''$ , calcula  $\alpha + \beta$ ,  $\alpha - \beta$ ,  $3\alpha$  y  $\alpha/3$ .
- Expresa en radianes los siguientes ángulos medidos en grados.  
a)  $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$       b)  $90^\circ, 120^\circ, 135^\circ, 150^\circ$       c)  $180^\circ, 210^\circ, 225^\circ, 240^\circ$       d)  $270^\circ, 300^\circ, 315^\circ, 330^\circ$
- Expresa en grados los siguientes radianes.  
a)  $\frac{\pi}{2}$  rad,  $\pi$  rad,  $\frac{3\pi}{2}$  rad,  $2\pi$  rad      b)  $\frac{3\pi}{4}$  rad,  $\frac{5\pi}{3}$  rad,  $\frac{9\pi}{10}$  rad,  $\frac{4\pi}{9}$  rad

## EJERCICIOS

---

4. Reduce al primer giro los siguientes ángulos, expresándolos como suma de un número entero de vueltas y un ángulo menor de  $360^\circ$ .  
a)  $720^\circ$       b)  $3.000^\circ$       c)  $900^\circ$       d)  $7.245^\circ$
5. Expresa los siguientes ángulos como suma de un número entero de vueltas y un ángulo menor de  $2\pi$  rad.  
a)  $\frac{13\pi}{4}$  rad      b)  $60\pi$  rad      c)  $\frac{65\pi}{4}$  rad

Hallamos la hipotenusa:  $h^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$ , de donde  $h = 13$  cm.

Las razones trigonométricas de los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  son:

$$\begin{array}{lll} \operatorname{sen} \alpha = \frac{5}{13} & \cos \alpha = \frac{12}{13} & \operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{12} \\ \operatorname{sen} \beta = \frac{12}{13} & \cos \beta = \frac{5}{13} & \operatorname{tg} \beta = \frac{12}{5} \end{array}$$

## EJERCICIOS

---

6. a) Calcula las razones trigonométricas de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden  $a = 3$  cm y  $b = 4$  cm.  
b) En un triángulo rectángulo, uno de sus catetos mide  $a = 6$  cm y la hipotenusa  $h = 10$  cm. Calcula las razones trigonométricas de los ángulos agudos.  
c) Compara los resultados de los anteriores apartados y obtén conclusiones.
7. Calcula las razones trigonométricas de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 10 cm y uno de los catetos 5 cm.

## EJERCICIOS

---

14. Indica el signo que tienen las razones trigonométricas de los siguientes ángulos, identificando el cuadrante en que se encuentran.  
a)  $66^\circ$       b)  $175^\circ$       c)  $342^\circ$       d)  $-18^\circ$       e)  $1.215^\circ$       f)  $-120^\circ$
15. Si  $\cos \alpha = \sqrt{2}$ , ¿qué se puede asegurar del ángulo  $\alpha$ ?

## EJERCICIOS

---

16. Halla, sin usar la calculadora, las razones trigonométricas de los siguientes ángulos.  
a)  $-120^\circ$       b)  $135^\circ$       c)  $300^\circ$       d)  $315^\circ$   
e)  $-150^\circ$       f)  $120^\circ$       g)  $2.025^\circ$       h)  $2.700^\circ$

## EJERCICIOS

---

17. Calcula las otras dos razones trigonométricas del ángulo  $\alpha$  en cada uno de los siguientes casos.  
a)  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ ,  $270^\circ < \alpha < 360^\circ$       b)  $\operatorname{sen} \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$       c)  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{2}}{5}$ ,  $180^\circ < \alpha < 270^\circ$   
d)  $\operatorname{sen} \alpha = -\frac{1}{2}$ ,  $270^\circ < \alpha < 360^\circ$       e)  $\operatorname{tg} \alpha = -3$ ,  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$       f)  $\cos \alpha = -\frac{4}{7}$ ,  $180^\circ < \alpha < 270^\circ$

19. Si  $\sin \alpha = 3/4$  y  $\alpha$  es un ángulo agudo, halla las siguientes razones trigonométricas.  
 a)  $\sin(90^\circ - \alpha)$     b)  $\cos(180^\circ - \alpha)$     c)  $\cos(180^\circ + \alpha)$     d)  $\operatorname{tg}(-\alpha)$
20. Si  $\cos(180^\circ - \alpha) = -1/3$  y  $\alpha$  es un ángulo del primer cuadrante, calcula las siguientes razones trigonométricas.  
 a)  $\sin \alpha$     b)  $\cos(90^\circ - \alpha)$     c)  $\sin(-\alpha)$     d)  $\operatorname{tg}(180^\circ + \alpha)$
21. Simplifica las siguientes expresiones.  
 a)  $\sin \alpha \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$     b)  $\frac{\cos^2 \alpha}{1 - \sin \alpha}$     c)  $\sin^3 \alpha + \sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha$
22. Demuestra que cualquiera que sean los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  se verifica la siguiente relación.

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$$

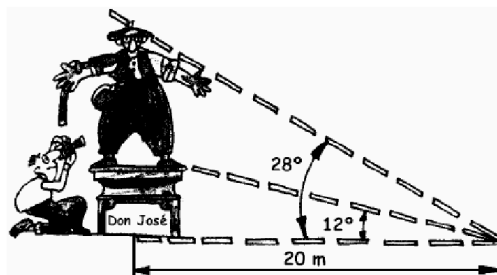
Calculamos la distancia de los observadores a la avioneta, utilizando de nuevo los triángulos [I] y [II]:

$$[\text{I}] \quad \cos 60^\circ = \frac{x}{a} \Rightarrow a = \frac{x}{\cos 60^\circ} = \frac{125}{1/2} = 125 \cdot 2 = 250 \text{ m}$$

$$[\text{II}] \quad \cos 30^\circ = \frac{500 - x}{b} \Rightarrow b = \frac{500 - x}{\cos 30^\circ} = \frac{375}{\sqrt{3}/2} = \frac{750}{\sqrt{3}} = \frac{750\sqrt{3}}{3} = 250\sqrt{3} \cong 433 \text{ m}$$

## EJERCICIOS

- Los catetos de un triángulo rectángulo miden  $a = 8$  cm y  $b = 24$  cm. Resuelve el triángulo.
- En un triángulo rectángulo ABC se conocen el cateto  $a = 102,4$  cm y el ángulo  $A = 55^\circ$ . Resuelve el triángulo.
- Calcula el área de un pentágono regular inscrito en una circunferencia de radio 9 cm.
- En una circunferencia de radio 100 cm, se traza una cuerda que mide 50 cm. ¿Cuánto mide el ángulo central que determinan los extremos de la cuerda?
- La longitud del lado de un octógono regular es 12 cm. Halla el área de la corona circular formada por las circunferencias inscrita y circunscrita al mismo.
- Dos lados de un triángulo miden 12 cm y 20 cm y el ángulo que forman estos lados  $130^\circ$ . ¿Cuánto mide el tercer lado? Halla el área del triángulo.
- Calcula la altura a la que se encuentra una cometa cuyo hilo de 32 m de longitud forma con el suelo un ángulo de elevación de  $35^\circ$ .
- En un determinado momento del día los rayos solares forman con el suelo un ángulo de  $40^\circ$ . En ese instante la sombra de un árbol mide 30 m. ¿cuál es la altura del árbol?
- Desde la orilla de un río se ve un árbol en la otra orilla bajo un ángulo de  $45^\circ$ , y si se retrocede 40 m, se ve bajo un ángulo de  $30^\circ$ . Halla la altura del árbol y el ancho del río.
- En tu ciudad hay una estatua situada sobre un pedestal. Con un teodolito y una cinta métrica obtenéis las medidas que aparecen en el dibujo. Calcula la altura del pedestal y de la estatua.



## EJERCICIOS DE GEOMETRÍA

1. De la recta  $r$  se sabe que pasa por el punto  $A(2,1)$  y un vector director es  $\mathbf{u}(-2,4)$ . Determina su ecuación en todas las formas que conozcas,

2. La ecuación implícita de una recta es  $2x-3y+1=0$ . Escribe la ecuación de esta recta en forma continua, punto-pendiente, explícita, vectorial y paramétrica razonando las respuestas.

3. Determinar el área del paralelogramo  $ABCD$ , sabiendo que la ecuación del lado  $AB$  es  $x-2y=0$ , la ecuación del lado  $AD$  es  $3x+y=0$  y las coordenadas del punto  $C$  son  $(3,5)$ . Razona la respuesta.

9. Determinar el valor de  $a$  para que las rectas  $ax+(a-1)y-2(a+2)=0$  y  $3ax-(3a+1)y-(5a+4)=0$  sean:

- paralelas
- perpendiculares

10. Determinar el valor de  $m$  para que las rectas  $mx+y=12$  y  $4x-3y=m+1$  sean paralelas.

19. Hallar las coordenadas del simétrico del punto  $P(0,6)$  respecto de la recta  $y=2x-3$ .